

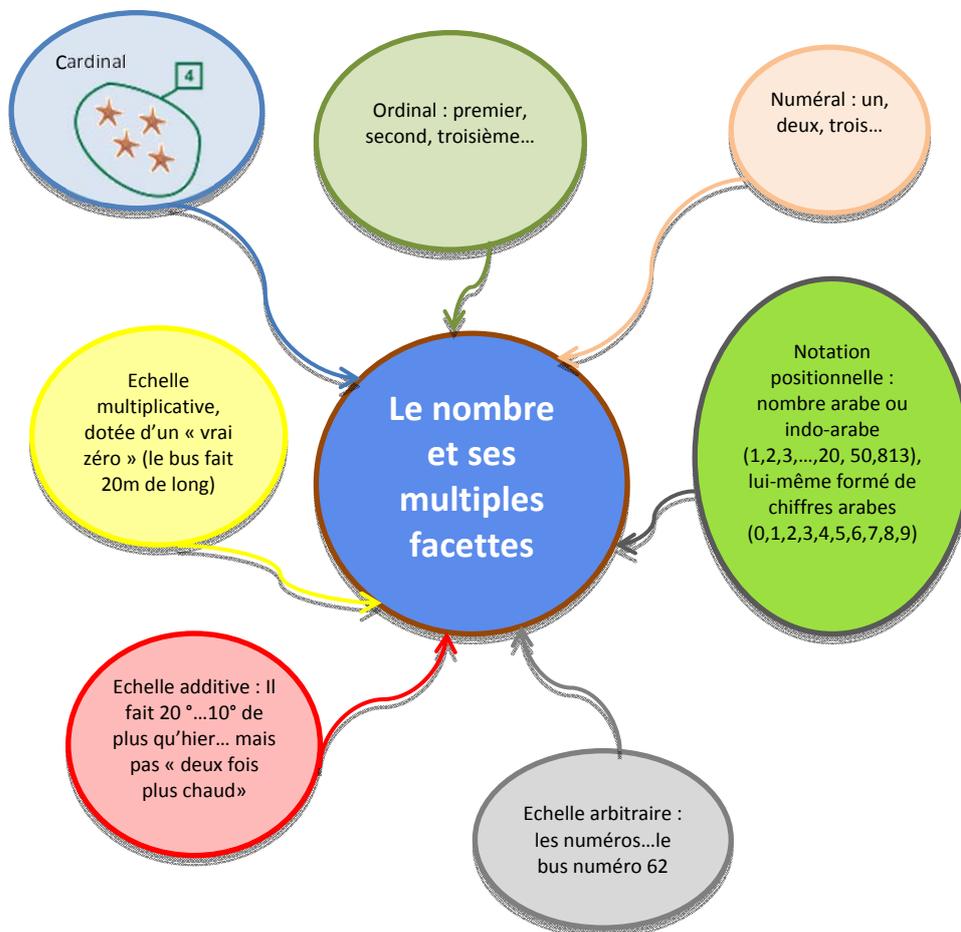
Pôle Ecole Maternelle

LA CONSTRUCTION DU NOMBRE A L'ECOLE MATERNELLE

Je connais la comptine numérique. Pour autant, ai-je une représentation mentale du nombre ?



Comment l'école maternelle doit-elle mettre en place les conditions de la représentation du nombre chez le jeune enfant ?



Les attendus de fin d'école maternelle

Approcher les quantités et les nombres

L'école maternelle constitue une période décisive dans l'acquisition de la suite des nombres (chaîne numérique) et de son utilisation dans les procédures de quantification. Les enfants y découvrent et comprennent les fonctions du nombre, en particulier comme représentation de la quantité et moyen de repérer des positions dans une liste ordonnée d'objets. Les situations proposées aux plus jeunes enfants (distributions, comparaisons, appariements...) les conduisent à dépasser une approche perceptive globale des collections.

L'accompagnement qu'assure l'enseignant en questionnant (comment, pourquoi, etc.) et en commentant ce qui est réalisé avec des mots justes, dont les mots-nombres, aide à la prise de conscience. Progressivement, les enfants acquièrent la suite des nombres au moins jusqu'à 30 et apprennent à l'utiliser pour dénombrer. Dès le début, les nombres sont utilisés dans des situations où ils ont un sens et constituent le moyen le plus efficace pour parvenir au but : jeux, activités de la classe, problèmes posés par l'enseignant de comparaison, d'augmentation, de réunion, de distribution, de partage. La taille des collections, le fait de pouvoir agir ou non sur les objets sont des variables importantes que l'enseignant utilise pour adapter les situations aux capacités de chacun. À la fin de l'école maternelle, les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul mais c'est le cours préparatoire qui installera le symbolisme (signes des opérations, signe "égal") et les techniques.

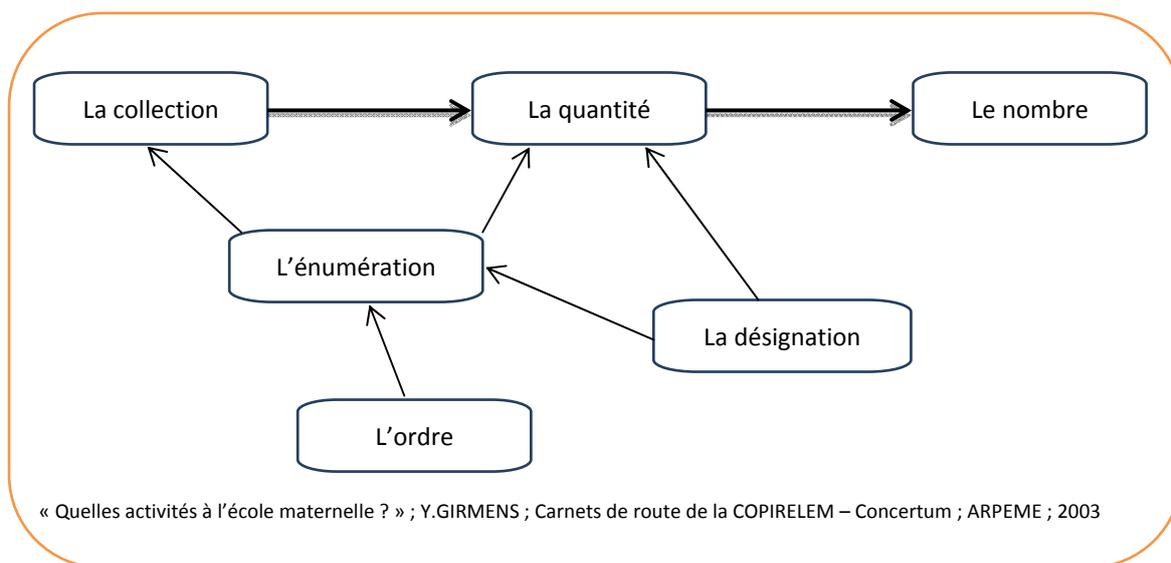
La suite écrite des nombres est introduite dans des situations concrètes (avec le calendrier par exemple) ou des jeux (déplacements sur une piste portant des indications chiffrées). Les enfants établissent une première correspondance entre la désignation orale et l'écriture chiffrée ; leurs performances restent variables mais il importe que chacun ait commencé cet apprentissage. L'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres.

Clarifier son vocabulaire, éclaircir les notions

Le concept de nombre :

Il s'appuie {
... sur le concept de collection
... sur le concept d'énumération d'une collection
... sur le concept de désignation d'une quantité
... sur la notion d'ordre

Organisation des savoirs en maternelle



Une collection est un regroupement d'objets provoqué par un critère défini par un caractère commun (ex : les cubes), ou un critère de fonctionnalité (ex : les habits de la poupée), ou un critère généré par une circonstance (ex : les objets de la caisse). Concevoir une collection c'est accepter de voir un rassemblement d'objets comme un tout (un seul objet). La notion de collection n'est pas quelque chose d'inné... une collection, ça se construit !

Une collection est invariante quelle que soit la position des objets, c'est le principe de conservation. Une correspondance terme à terme permet de la vérifier.

Apprendre à distinguer les collections est l'un des premiers apprentissages numériques à mettre en place en maternelle.

L'énumération est une exploration exhaustive de la collection : il s'agit de passer en revue tous les objets de la collection et une seule fois chacun d'eux. La notion d'ordre intervient implicitement dans la mise en œuvre de l'énumération, puisqu'il est alors nécessaire de prendre des informations pour repérer la position des objets de la collection organisée suivant une direction donnée et pour laquelle on a défini un sens.

La désignation est la connaissance mise en œuvre lorsqu'on veut remplacer un objet ou une collection par un symbole pour conserver la mémoire de cet objet. La désignation doit permettre de conserver une connaissance de l'objet (ex : son dessin). Le mode de désignation le plus simple d'une collection d'objets est une liste formée par une suite de symboles représentant ces objets.

Qu'est-ce que dénombrer ?

Dénombrer une collection consiste à déterminer combien il y a d'objets dans celle-ci.

Dénombrer, c'est simultanément¹ :

- ✦ énumérer tous les objets de cette collection (sans en oublier un, sans compter deux fois le même élément),
- ✦ dire la suite des mots nombres, sans se tromper, en associant bien à chaque objet un mot nombre et en s'arrêtant correctement,
- ✦ énoncer le dernier mot nombre prononcé comme réponse à la question posée.

Dénombrer c'est :

* Connaître la suite numérique

* Savoir l'utiliser, ce qui passe par la mise en œuvre simultanée des cinq principes suivants² :

- ✦ principe **d'ordre stable** : la suite des « étiquettes verbales » est stable (car toujours énoncée dans le même ordre), et conventionnelle
- ✦ principe de **correspondance terme à terme** : à chaque élément de la collection est associé un mot et un seul de la suite, ce qui nécessite une bonne coordination du geste (ou du regard) et de la parole
- ✦ principe de **cardinalité** : le *dernier mot* de la suite est considéré comme le nombre d'éléments de la collection
- ✦ principe de **non pertinence de l'ordre** : l'*ordre dans lequel on compte* les objets n'affecte pas le résultat final
- ✦ le principe **d'abstraction** : la *nature* des objets ne joue aucun rôle dans le dénombrement

Donnons du sens au nombre !

La question du sens³ donné aux apprentissages est fondamentale. Le maître est là pour placer les conditions de la construction et de l'appropriation du sens. Il construit les situations didactiques efficaces ancrées dans le quotidien de l'élève. Le sens que donne l'élève à l'activité favorise sa compréhension. Les apprentissages relèvent de conduites qui engagent et mobilisent l'élève : le besoin d'agir sur son environnement, le désir de comprendre et maîtriser le monde, la stimulation de la pensée, l'envie de chercher les autres, le plaisir de trouver.

L'utilisation autonome des nombres ne s'inscrit pas seulement dans des activités rituelles (récitation de la suite des nombres, comptage des absents...).

Il s'agit donc de *donner du sens aux nombres* par leur utilisation dans la résolution de problèmes articulés avec des jeux, des situations vécues, mimées ou racontées oralement. Les compétences techniques, dont certaines doivent être systématisées pour être utilisables, n'ont d'intérêt que si elles sont au service de la résolution de problèmes.⁴

L'équilibre nécessaire entre la résolution de problèmes et les compétences techniques se traduit par ce que R. Douadi a nommé la dialectique outil/objet : le nombre comme outil permettant de résoudre des problèmes / le nombre comme objet d'apprentissage.

¹ PIERRARD A. *Faire des mathématiques à l'école maternelle*. CRDP Grenoble 2003

² D'après les travaux de R GELMAN et GALLISTER C.R 1978

³ MEIRIEU P. *Apprendre...oui, mais comment ?* ESF Paris 1989

⁴ Charnay.R, conférences

Vivre et pratiquer au quotidien des situations problèmes simples et complexes

L'acquisition des compétences mathématiques liées à la construction du nombre chez les élèves passent obligatoirement par l'organisation de situations d'enseignement :

- simples mais aussi complexes,
- permettant à chacun de travailler les différents champs présentés précédemment.

Une étape importante vers les apprentissages mathématiques est franchie lorsque les élèves sont capables de se bâtir une image mentale d'une situation. Ils sont alors dans une véritable activité mathématique dans le sens où celle-ci n'est pas dans la manipulation mais dans les questions qui y sont liées et dans l'activité intellectuelle qu'il est nécessaire de développer lorsque le matériel n'est plus visible ou disponible.

Pour mémoire, toute situation d'apprentissage passe par les étapes successives suivantes : découverte, recherche, structuration, mémorisation, entraînement, approfondissement.

La fréquentation des nombres dans des activités occasionnelles liées à la vie de la classe ou dans les jeux est nécessaire mais ne suffit pas à la construction des compétences numériques visées. Des occasions doivent être aménagées où les enfants ont un problème à résoudre, c'est à dire sont confrontés à une question qu'ils identifient et dont ils cherchent à élaborer une réponse, puis se demandent si la réponse obtenue convient.

Il est nécessaire d'automatiser ces compétences, mais cela n'est efficace que si elles sont au service de la résolution de problème ».

Par exemple, pour automatiser la compétence « dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus », il est possible d'exploiter la situation fondamentale du nombre « aller chercher juste ce qu'il faut pour ... ».

Il existe divers habillages pour cette situation : les trains et les voyageurs, les boîtes d'œufs, les voitures et les garages, les lapins et les carottes, le robot, les mosaïques, le ziglotron...

Exemple : Le ziglotron (« aller chercher juste ce qu'il faut de gommettes pour réparer le robot »)



Il convient d'équilibrer le nombre de situations d'entraînement et de situations de recherche ainsi que les situations simples et complexes. En effet, les élèves doivent rencontrer des situations complexes mobilisant plusieurs connaissances en mathématique ou relevant d'autres domaines d'apprentissage.

L'esprit de celui qui apprend procède non pas du simple au complexe mais d'une complexité implicite et diffuse vers une complexité explicite et distincte. (Patrick et Maggy Pierret-Hannecart)

Trouver la réponse juste c'est bien mais construire et identifier les procédures c'est mieux !

Des problèmes ouverts et/ou des problèmes pour apprendre à chercher doivent être proposés dès la maternelle. L'élève est ainsi amené à cheminer intellectuellement et à construire la notion de nombre. Varier les situations permet d'enclencher les processus d'apprentissages nécessaires, de développer des procédures sans s'attacher uniquement à la recherche du résultat.

Y a-t-il plus de chats ou plus de souris ?



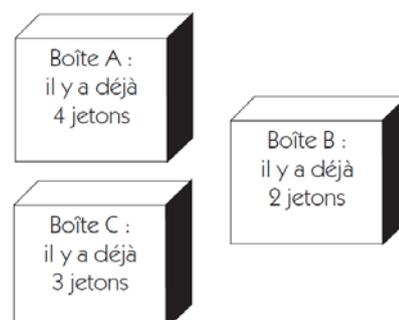
27 jetons sont posés sur une table.

Trois boîtes sont partiellement remplies.

Consigne :

Tous les jetons doivent être rangés dans les boîtes.

Il doit y avoir autant de jetons dans chaque boîte.



L'enseignant guide l'élève à passer du concret à l'abstrait par le langage.

le langage

N'oublions pas

l'abstraction

Avant même de faire des mathématiques, les élèves entendent et disent des mots nombres ; les nombres sont d'abord des mots qui se parlent. Ils font tout simplement partie de la langue.

- Sur le mode cardinal : « le lapin a quatre pattes »,
- Sur le mode ordinal : « j'habite au 6, rue... »,
- en comptine « 123456... » « 123, je m'en vais au bois ... »

La langue est un moyen pour donner du sens au vécu et à ce qui est appris. Les connaissances se forment autant par l'activité de l'élève que par la verbalisation de l'action guidée par l'enseignant.

Le Professeur des Ecoles assure donc l'accompagnement de l'action et de la construction langagière. Il questionne en commentant ce qui est réalisé et en utilisant un vocabulaire mathématique juste et précis. Il incite les élèves à penser à haute voix, à se questionner et à avancer dans leurs interrogations. Il organise les échanges, laisse le temps aux élèves de s'exprimer.

Enfin, il donne une place à l'erreur. Il doit d'ailleurs faire de l'erreur un outil d'analyse pour lui-même et un outil de compréhension pour l'élève.

Et il n'oublie pas d'explicitement l'apprentissage visé au travers de l'activité.

L'apprentissage des mathématiques à l'école maternelle doit avant tout être fonctionnel. L'abstraction prend donc sa source dans une expérience vécue.

L'enseignant propose des situations réelles qui servent de point de départ pour observer, comparer, interpréter, vérifier.

Les élèves peuvent ainsi exprimer et faire évoluer leurs conceptions.

Ils construisent un savoir commun, collectif et communicable.

Cette étape de généralisation permet d'accéder à la compréhension de notions centrales telle que les notions de numération, de cardinalité, de quantité...

Ce processus d'abstraction est mis en œuvre pour produire une signification commune et construire des outils mathématiques indispensables.

Dans un premier temps il s'agit de situer le savoir dans un contexte connu puis, dans un second temps, de situer ce savoir dans un contexte différent pour que ce savoir ne soit pas confondu avec le contexte.

Evaluer les acquis liés aux nombres

L'évaluation renseigne sur ce que les élèves ont travaillé et appris. Elle ne place donc pas les élèves en difficulté même si certains doivent être fortement aidés.

Deux manières d'évaluer sont envisageables pour prélever les informations:

- Observer un élève en situation,
- Construire un moment artificiel.

Il est tout à fait possible d'exploiter une situation qui mobilise les connaissances mathématiques sans qu'elle appartienne spécifiquement à ce domaine.

Selon ce que l'enseignant veut recueillir, il fixe des observables bien définis, clairs et peu nombreux. Il prend en compte l'âge des élèves, il choisit la manière la mieux adaptée et s'applique à proposer des situations complexes.

Le caractère répétitif de l'évaluation n'est pas à négliger : il est important de réitérer les prises d'indices pour en faire un outil d'analyse et d'ajustement.

La prise d'information sur le comportement des enfants face aux tâches proposées et sur les compétences qu'ils manifestent dans leur réalisation est primordiale.

Les activités papier-crayon constituent rarement un moyen pertinent.

L'observation au cours d'une activité en atelier ou collective offre des occasions suffisantes pour cette prise d'information, à condition d'avoir clairement défini les compétences à évaluer et les observables.

Evaluer c'est aussi donner des outils différents à des moments différents pour des élèves différents

Exemple d'évaluation en situation complexe de la compétence « comparer des quantités, résoudre des problèmes portant sur des quantités » :

Je pose 7 balles sur une table.  

Pierre en prend 3 et il les enferme dans une boîte.  

Dessine les balles que je vois maintenant sur la table.



Compétences à acquérir à la fin de l'école maternelle

Compétences	Tâches	Commentaires
Mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30.	Réciter la comptine numérique orale à partir de 1, puis d'un autre nombre.	La récitation fait apparaître les mots dans un ordre immuable : chaque mot a son successeur (aspect ordinal).
	Réciter la comptine dans l'ordre décroissant.	
	Dire le nombre après n, avant n.	
Associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée.	Écrire la suite des nombres. Écrire un nombre sous la dictée.	On pourra se référer à une bande numérique. Les cartes flash constituent un outil intéressant.
	Lire des nombres.	
Dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus.	Reconnaître globalement et exprimer de très petites quantités (de 1 à 3 ou 4).	Admettre la possibilité d'attribuer un nom de nombre à une collection quelconque. Catégoriser les collections en les différenciant (ex : deux est différent de un car il désigne une paire). La reconnaissance immédiate d'une quantité n'est guère possible au-delà de six éléments.
	Donner n nombre d'objets.	Cela ne constitue pas la même activité cognitive pour l'élève que de reconnaître immédiatement une quantité.
	Reconnaître globalement et exprimer des petites quantités organisées en configurations connues.	Il s'agit des doigts de la main, des constellations du dé ou encore des cartes à points. Ce sont des représentations analogiques du nombre.
	Dénombrer une collection.	Plusieurs procédures sont possibles, en fonction des situations : - comptage de un à un, - décomposition additive et surcomptage ou utilisation de Résultats mémorisés.
Comparer des quantités.	Dire qu'il y a autant, plus, moins d'objets dans une collection A que dans une collection B.	Plusieurs procédures (numériques ou non) sont à envisager : - par estimation (pour des quantités nettement différentes), - par reconnaissance visuelle globale pour de très petites collections, - en utilisant la correspondance terme à terme, avec recours éventuel à une collection intermédiaire (doigts, dessin).
	Deux nombres étant donnés oralement, dire quel est le plus grand.	- en utilisant la suite numérique : soit par dénombrement et comparaison des nombres, soit à l'aide de la comptine (« il est avant », « il est après »), soit à l'aide de la bande numérique.
Résoudre des problèmes portant sur les quantités.	Réaliser une collection qui comporte la même quantité d'objets qu'une autre collection.	Dans toutes ces activités, les variables importantes que l'enseignant peut modifier pour amener les enfants à faire évoluer leurs procédures de résolution sont : - la taille des collections, - l'organisation de la collection dans l'espace, - le fait de pouvoir agir ou non sur les objets (par exemple de pouvoir les déplacer), - le fait d'avoir à anticiper la réponse à cause de l'éloignement ou de la dissimulation des objets. Les procédures peuvent être non numériques ou numériques (en utilisant les nombres connus mais sans recourir aux opérations usuelles), orales ou avec l'aide de l'écrit. Ces activités peuvent également être l'occasion d'utiliser des écritures provisoires (dessin, schéma...) nécessaires, par exemple, pour transmettre une information. Plus tard, les écritures chiffrées se substitueront à ces premières représentations écrites des quantités.
	Compléter une collection pour qu'elle ait autant d'éléments qu'une collection - témoin donnée.	
	Résoudre des problèmes portant sur l'augmentation ou la diminution d'une quantité.	
	Distribuer une collection.	
	Partager (équitablement ou pas) une collection.	
	Construire des collections doubles, triples.	
Avancer ou reculer de n cases sur une piste.		
Reconnaître, nommer, décrire, comparer, ranger et classer des matières, des objets selon leurs qualités et leurs usages	Résoudre des problèmes portant sur les positions.	Il s'agit de travailler l'aspect ordinal du nombre : - trouver le rang (la position) d'un objet dans une suite ordonnée, - savoir placer un objet de rang donné dans un alignement.

Les capacités des nouveau-nés

Depuis 20 ans, les découvertes concernant les capacités des nouveau-nés et des jeunes enfants sont importantes. Pour exemple, les tout petits enfants discriminent deux quantités. Pour cela, il faut que le rapport soit très élevé (de 1 à 2). Ils discriminent 1 de 2, 1 de 3, 2 de 3, mais pas 3 de 4, ni 2 de 4. Ils font la différence entre 8 et 16, entre 16 et 32, entre 12 et 24. Ils ne font pas la différence entre 8 et 12. La capacité de discrimination des quantités est une capacité innée que nous partageons tous.



« Ils sont trop petits pour résoudre des problèmes à l'Ecole maternelle...et pourtant...le nombre de problèmes que leur posent les adultes ! »

Présentation du pôle Ecole Maternelle 83

Il a pour objectifs :

- La construction d'une culture professionnelle commune « Ecole maternelle » départementale.
- Une mise en actes dans les classes en cohérence avec les textes institutionnels.
- Une banque d'outils simples et efficaces au service des progrès des élèves.
- Des préconisations sous la forme de dossiers thématiques.

Piloté par Nathalie CARPENTIER IEN Mission Ecole maternelle 83, le pôle départemental est constitué de membres experts permanents auxquels se joignent, en fonction des problématiques étudiées, des inspecteurs, des formateurs, des enseignants :

GAUDINO Géraldine - IEN Sanary
KALHART Patricia-IEN Draguignan
LESIEUR Bénédicte - IEN Hyères
WINDER Claire PIUFM Draguignan
ALLIER Philippe - CPC Hyères
BOURDIN Cécile - Maître E Hyères
BRIL Michèle - Adjointe IUFM La Seyne/Mer
KITTLER Valérie - PEMF Pignans/AGEEM
LAMBERT Guy - MAI Garéoult



Quelques ouvrages :

- DUPREY S, DUPREY G, SAUTENET C. Vers les maths (tomes GS, MS, PS) Accès éditions
- Groupe ERMEL, INRP (coord. Charnay, R.). Apprentissages numériques et résolution de problèmes. Hatier 2005
- CHAUVEL D et LAGOUÉYTE I. 25 situations- problèmes à la maternelle – MS.GS. Retz 2007
- CHAMPDAVOINE L. Les mathématiques par les jeux » (tome PS/MS/GS). Nathan
- CORBENOIS M, MARTEL M, BELLIER G. Jeux de société et apprentissages numériques. Bordas Pédagogie, 2003
- BERDONNEAU C. Mathématiques actives pour les tout-petits. Hachette Education 2005
- BRISSIAUD R. Premiers pas vers les maths ». Retz, 2007
- MEN /CNDP. Le nombre au cycle 2. Ressources pour faire la classe 2010