

Amérique du Nord juin 2017

Dans tout l'exercice, les valeurs seront, si nécessaire, approchées au millième.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Dans le cadre de son activité, une entreprise reçoit régulièrement des demandes de devis. Les montants de ces devis sont calculés par son secrétariat. Une étude statistique sur l'année écoulée conduit à modéliser le montant des devis par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 2900$ euros et d'écart-type $\sigma = 1250$ euros.

1. Si on choisit au hasard une demande de devis reçue par l'entreprise, quelle est la probabilité que le montant du devis soit supérieur à 4 000 euros ?

2. Afin d'améliorer la rentabilité de son activité, l'entrepreneur décide de ne pas donner suite à 10 % des demandes. Il écarte celles dont le montant de devis est le moins élevé. Quel doit être le montant minimum d'un devis demandé pour que celui-ci soit pris en compte ?

Donner ce montant à l'euro près.

Partie B

Ce même entrepreneur décide d'installer un logiciel anti-spam. Ce logiciel détecte les messages indésirables appelés spams (messages malveillants, publicités, etc.) et les déplace dans un fichier appelé « dossier spam ». Le fabricant affirme que 95 % des spams sont déplacés. De son côté, l'entrepreneur sait que 60 % des messages qu'il reçoit sont des spams. Après installation du logiciel, il constate que 58,6 % des messages sont déplacés dans le dossier spam. Pour un message pris au hasard, on considère les événements suivants :

• D : « le message est déplacé » ;

• S : « le message est un spam ».

1. Calculer $P(S \cap D)$.

2. On choisit au hasard un message qui n'est pas un spam. Montrer que la probabilité qu'il soit déplacé est égale à 0,04.

3. On choisit au hasard un message non déplacé. Quelle est la probabilité que ce message soit un spam ?

4. Pour le logiciel choisi par l'entreprise, le fabricant estime que 2,7 % des messages déplacés vers le dossier spam sont des messages fiables. Afin de tester l'efficacité du logiciel, le secrétariat prend la peine de compter le nombre de messages fiables parmi les messages déplacés. Il trouve 13 messages fiables parmi les 231 messages déplacés pendant une semaine.

Ces résultats remettent-ils en cause l'affirmation du fabricant ?

Antilles Guyane juin 2017

Dans une usine automobile, certaines pièces métalliques sont recouvertes d'une fine couche de nickel qui les protège contre la corrosion et l'usure. Le procédé utilisé est un nickelage par électrolyse. On admet que la variable aléatoire X , qui à chaque pièce traitée associe l'épaisseur de nickel déposé, suit la loi normale d'espérance $\mu_1 = 25$ micromètres (μm) et d'écart type σ_1 .

Une pièce est conforme si l'épaisseur de nickel déposé est comprise entre 22,8 μm et 27,2 μm .

La fonction de densité de probabilité de X est représentée ci-dessous.

On a pu déterminer que $P(X > 27,2) = 0,023$.

1. a. Déterminer la probabilité qu'une pièce soit conforme.

b. Justifier que 1,1 est une valeur approchée de σ_1 à 10^{-1} près.

c. Sachant qu'une pièce est conforme, calculer la probabilité que l'épaisseur de nickel déposé sur celle-ci soit inférieure à 24 μm . Arrondir à 10^{-3} .

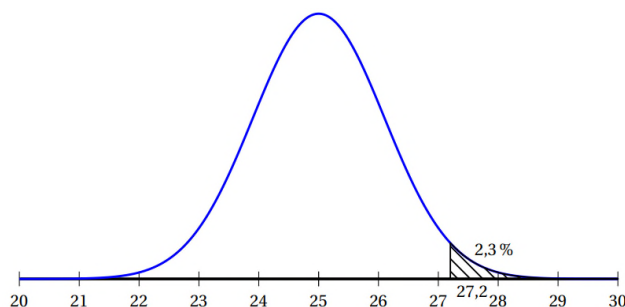
2. Une équipe d'ingénieurs propose un autre procédé de nickelage, obtenu par réaction chimique sans aucune source de courant. L'équipe affirme que ce nouveau procédé permet théoriquement d'obtenir 98 % de pièces conformes.

La variable aléatoire Y qui, à chaque pièce traitée avec ce nouveau procédé, associe l'épaisseur de nickel déposé suit la loi normale d'espérance $\mu_2 = 25$ μm et d'écart-type σ_2 .

a. En admettant l'affirmation ci-dessus, comparer σ_1 et σ_2 .

b. Un contrôle qualité évalue le nouveau procédé ; il révèle que sur 500 pièces testées, 15 ne sont pas conformes.

Au seuil de 95 %, peut-on rejeter l'affirmation de l'équipe d'ingénieurs ?



Asie juin 2017

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. On dispose de deux dés, identiques d'aspect, dont l'un est truqué de sorte que le 6 apparait avec la probabilité $\frac{1}{2}$. On prend un des deux dés au hasard, on le lance, et on obtient 6.

Affirmation 1 : la probabilité que le dé lancé soit le dé truqué est égale à $\frac{2}{3}$.

2. Dans le plan complexe, on considère les points M et N d'affixes respectives $z_M = 2 e^{-i\frac{\pi}{3}}$ et $z_N = \frac{3-i}{2+i}$.

Affirmation 2 : la droite (MN) est parallèle à l'axe des ordonnées.

Dans les questions 3. et 4., on se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace et l'on considère la droite d dont une

représentation paramétrique est :
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2, \\ z = 3 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

3. On considère les points A, B et C avec A $(-2; 2; 3)$, B $(0; 1; 2)$ et C $(4; 2; 0)$.

On admet que les points A, B et C ne sont pas alignés.

Affirmation 3 : la droite d est orthogonale au plan (ABC).

4. On considère la droite Δ passant par le point D $(1; 4; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{v} (2; 1; 3)$.

Affirmation 4 : la droite d et la droite Δ ne sont pas coplanaires.

Centres étrangers juin 2017

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte.

Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapportent aucun point.

On étudie la production d'une usine qui fabrique des bonbons, conditionnés en sachets.

On choisit un sachet au hasard dans la production journalière. La masse de ce sachet, exprimée en gramme, est modélisée par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 175$. De plus, une observation statistique a montré que 2 % des sachets ont une masse inférieure ou égale à 170 g, ce qui se traduit dans le modèle considéré par : $P(X \leq 170) = 0,02$.

Question 1 :

Quelle est la probabilité, arrondie au centième, de l'évènement « la masse du sachet est comprise entre 170 et 180 grammes » ?

Réponse a : 0,04 Réponse b : 0,96

Réponse c : 0,98 Réponse d : On ne peut pas répondre car il manque des données.

Les différents bonbons présents dans les sachets sont tous enrobés d'une couche de cire comestible.

Ce procédé, qui déforme certains bonbons, est effectué par deux machines A et B.

Lorsqu'il est produit par la machine A, la probabilité qu'un bonbon prélevé aléatoirement soit déformé est égale à 0,05.

Question 2 :

Sur un échantillon aléatoire de 50 bonbons issus de la machine A, quelle est la probabilité, arrondie au centième, qu'au moins 2 bonbons soient déformés ?

Réponse a : 0,72 Réponse b : 0,28

Réponse c : 0,54 Réponse d : On ne peut pas répondre car il manque des données

La machine A produit un tiers des bonbons de l'usine. Le reste de la production est assuré par la machine B. Lorsqu'il est produit par la machine B, la probabilité qu'un bonbon prélevé aléatoirement soit déformé est égale à 0,02.

Dans un test de contrôle, on prélève au hasard un bonbon dans l'ensemble de la production. Celui-ci est déformé.

Question 3 :

Quelle est la probabilité, arrondie au centième, qu'il soit produit par la machine B ?

Réponse a : 0,02 Réponse b : 0,67

Réponse c : 0,44 Réponse d : 0,01

La durée de vie de fonctionnement, exprimée en jour, d'une machine servant à l'enrobage, est modélisée par une variable aléatoire Y qui suit la loi exponentielle dont l'espérance est égale à 500 jours.

Question 4 :

Quelle est la probabilité, arrondie au centième, que la durée de fonctionnement de la machine soit inférieure ou égale à 300 jours ?

Réponse a : 0,45 Réponse b : 1

Réponse c : 0,55 Réponse d : On ne peut pas répondre car il manque des données

L'entreprise souhaite estimer la proportion de personnes de plus de 20 ans parmi ses clients, au niveau de confiance de 95 %, avec un intervalle d'amplitude inférieure à 0,05. Elle interroge pour cela un échantillon aléatoire de clients.

Question 5 :

Quel est le nombre minimal de clients à interroger ?

Réponse a : 40 Réponse b : 400

Réponse c : 1600 Réponse d : 20

Liban juin 2017

Dans cet exercice, on étudie quelques grandeurs caractéristiques du fonctionnement des parkings d'une ville.

Dans tout l'exercice, les probabilités seront données avec une précision de 10^{-4} .

Les parties A, B, et C sont indépendantes

Partie A - Durée d'attente pour entrer dans un parking souterrain

On appelle durée d'attente le temps qui s'écoule entre le moment où la voiture se présente à l'entrée du parking et le moment où elle franchit la barrière d'entrée du parking. Le tableau suivant présente les observations faites sur une journée.

Durée d'attente en minute	[0 ; 2[	[2 ; 4[	[4 ; 6[	[6 ; 8[
Nombre de voitures	75	19	10	5

1. Proposer une estimation de la durée d'attente moyenne d'une voiture à l'entrée du parking.
2. On décide de modéliser cette durée d'attente par une variable aléatoire T suivant une loi exponentielle de paramètre λ (exprimé en minute).
 - a. Justifier que l'on peut choisir $\lambda = 0,5$ min.
 - b. Une voiture se présente à l'entrée du parking. Quelle est la probabilité qu'elle mette moins de deux minutes pour franchir la barrière ?
 - c. Une voiture attend à l'entrée du parking depuis une minute. Quelle est la probabilité qu'elle franchisse la barrière dans la minute suivante ?

Partie B - Durée et tarifs de stationnement dans ce parking souterrain

Une fois garée, la durée de stationnement d'une voiture est modélisée par une variable aléatoire

D qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 70$ min et d'écart-type $\sigma = 30$ min.

1.
 - a. Quelle est la durée moyenne de stationnement d'une voiture ?
 - b. Un automobiliste entre et se gare dans le parking. Quelle est la probabilité que sa durée de stationnement dépasse deux heures ?
 - c. À la minute près, quel est le temps maximum de stationnement pour au moins 99 % des voitures ?
2. La durée de stationnement est limitée à trois heures. Le tableau donne le tarif de la première heure et chaque heure supplémentaire est facturée à un tarif unique. Toute heure commencée est due intégralement.

Durée de stationnement	Inférieure à 15 min	Entre 15 min et 1 h	Heure supplémentaire
Tarif en euros	Gratuit	3,5	t

Déterminer le tarif t de l'heure supplémentaire que doit fixer le gestionnaire du parking pour que le prix moyen de stationnement d'une voiture soit de 5 euros.

Partie C - Temps d'attente pour se garer dans un parking de centre-ville

La durée de stationnement d'une voiture dans un parking de centre-ville est modélisée par une variable aléatoire T' qui suit une loi normale d'espérance μ' et d'écart-type σ' .

On sait que la moyenne du temps de stationnement dans ce parking est égale à 30 minutes et que 75 % des voitures ont un temps de stationnement inférieur à 37 minutes.

Le gestionnaire du parking vise l'objectif que 95 % des voitures aient un temps de stationnement entre 10 et 50 minutes. Cet objectif est-il atteint ?

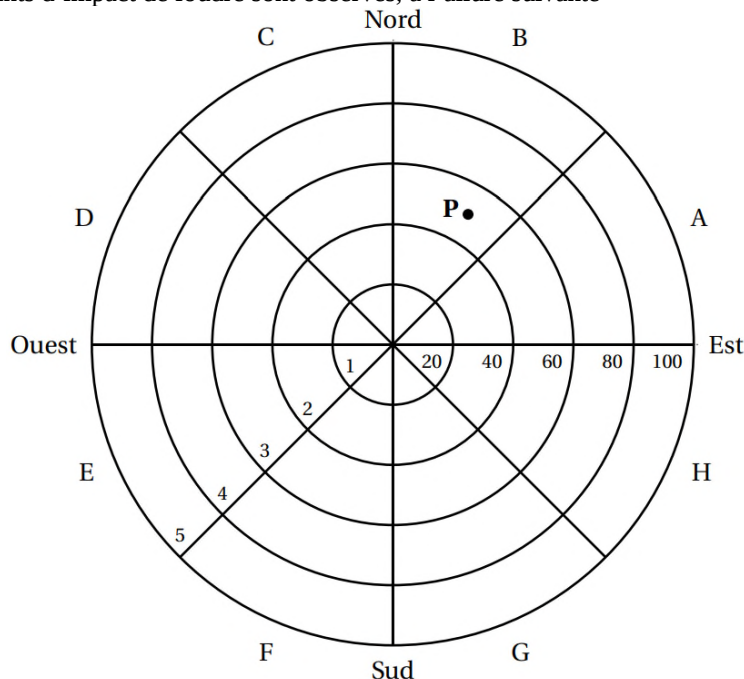
Métropole juin 2017

EXERCICE 3 5 points Commun à tous les candidats

Dans une vaste plaine, un réseau de capteurs permet de détecter la foudre et de produire une image des phénomènes orageux. Ces données servent en particulier aux services météorologiques pour améliorer leurs prévisions et pour permettre des interventions plus rapides sur les lieux, notamment en cas d'incendie.

Le but de l'exercice est d'étudier les impacts de foudre détectés par un capteur.

L'écran radar, sur lequel les points d'impact de foudre sont observés, a l'allure suivante



Le capteur de foudre étant représenté par le centre de l'écran, cinq cercles concentriques correspondant aux rayons respectifs 20, 40, 60, 80 et 100 kilomètres délimitent dans l'ordre cinq zones, numérotées de 1 à 5, définies par leur distance au capteur.

De plus, huit segments partant du capteur délimitent huit portions, de même ouverture angulaire, nommées dans le sens trigonométrique de A à H.

L'écran est ainsi partagé en quarante secteurs dénommés par une lettre et un nombre entre 1 et 5. Par exemple, le point P positionné sur la figure est situé dans le secteur B3.

On assimile l'écran radar à une partie du plan complexe en définissant un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ de la manière suivante :

- l'origine O marque la position du capteur ;
- l'axe des abscisses est orienté d'Ouest en Est ;
- l'axe des ordonnées est orienté du Sud au Nord ;
- l'unité choisie est le kilomètre.

Dans la suite, un point de l'écran radar est associé à un point d'affixe z .

PARTIE A

1. On note z_P l'affixe du point P situé dans le secteur B3 sur le graphique précédent. On appelle r le module de z_P et θ son argument dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$.

Parmi les quatre propositions suivantes, déterminer la seule qui propose un encadrement correct pour r et pour θ (aucune justification n'est demandée) :

Proposition a	Proposition B	Proposition C	Proposition D
$40 < r < 60$	$20 < r < 40$	$40 < r < 60$	$0 < r < 60$
et	et	et	et
$0 < \theta < \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2} < \theta < -\frac{\pi}{4}$

2. Un impact de foudre est matérialisé sur l'écran en un point d'affixe z . Dans chacun des deux cas suivants, déterminer le secteur auquel ce point appartient :

$$a. \quad z = 70 e^{-i\frac{\pi}{3}} ; \quad b. \quad z = -45\sqrt{3} + 45i.$$

Partie B

On suppose dans cette partie que le capteur affiche un impact au point P d'affixe $50 e^{i\frac{\pi}{3}}$.

En raison d'imprécisions de mesures, le point d'impact affiché ne donne qu'une indication approximative du point d'impact réel de la foudre.

Ainsi, lorsque le capteur affiche le point d'impact P d'affixe $50 e^{i\frac{\pi}{3}}$, l'affixe z du point d'impact réel de la foudre admet :

- un module qui peut être modélisé par une variable aléatoire M suivant une loi normale d'espérance $\mu = 50$ et d'écart type $\sigma = 5$
- un argument qui peut être modélisé par une variable aléatoire T suivant une loi normale d'espérance $\frac{\pi}{3}$ et d'écart type $\frac{\pi}{12}$.

On suppose que les variables aléatoires M et T sont indépendantes, c'est-à-dire que, quels que soient les intervalles I et J , les événements $(M \in I)$ et $(T \in J)$ sont indépendants.

Dans la suite les probabilités seront arrondies à 10^{-3} près.

1. Calculer la probabilité $P(M < 0)$ et interpréter le résultat obtenu.

2. Calculer la probabilité $P(M \in]40; 60[)$.

3. On admet que $P\left(T \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]\right) = 0,819$. En déduire la probabilité que la foudre ait effectivement frappé le secteur B3 selon cette modélisation.

EXERCICE 4 5 points Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On étudie un modèle de propagation d'un virus dans une population, semaine après semaine. Chaque individu de la population peut être, à l'exclusion de toute autre possibilité :

- soit susceptible d'être atteint par le virus, on dira qu'il est « de type S » ;
- soit malade (atteint par le virus) ;
- soit immunisé (ne peut plus être atteint par le virus).

Un individu est immunisé lorsqu'il a été vacciné, ou lorsqu'il a guéri après avoir été atteint par le virus.

Pour tout entier naturel n , le modèle de propagation du virus est défini par les règles suivantes :

- Parmi les individus de type S en semaine n , on observe qu'en semaine $n+1$: 85 % restent de type S, 5 % deviennent malades et 10 % deviennent immunisés ;
- Parmi les individus malades en semaine n , on observe qu'en semaine $n+1$: 65 % restent malades, et 35 % sont guéris et deviennent immunisés.
- Tout individu immunisé en semaine n reste immunisé en semaine $n+1$.

On choisit au hasard un individu dans la population. On considère les événements suivants :

S_n : « l'individu est de type S en semaine n » ;

M_n : « l'individu est malade en semaine n » ;

I_n : « l'individu est immunisé en semaine n ».

En semaine 0, tous les individus sont considérés « de type S », on a donc les probabilités suivantes :

$$P(S_0) = 1 ; P(M_0) = 0 \text{ et } P(I_0) = 0.$$

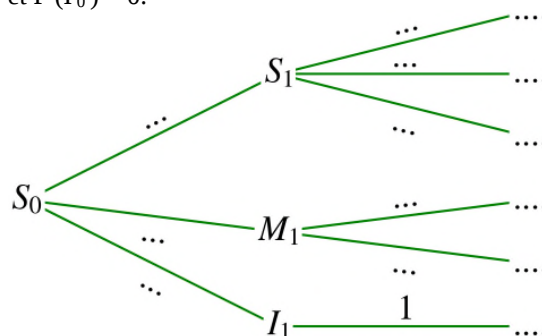
Partie A

On étudie l'évolution de l'épidémie au cours des semaines 1 et 2.

1. Reproduire sur la copie et compléter l'arbre de probabilités donné ci-contre :

2. Montrer que $P(I_2) = 0,2025$.

3. Sachant qu'un individu est immunisé en semaine 2, quelle est la probabilité, arrondie au millièmes, qu'il ait été malade en semaine 1 ?



PARTIE B

On étudie à long terme l'évolution de la maladie.

Pour tout entier naturel n , on a : $u_n = P(S_n)$, $v_n = P(M_n)$ et $w_n = P(I_n)$ les probabilités respectives des événements S_n , M_n et I_n .

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n + v_n + w_n = 1$.

On admet que la suite (v_n) est définie par $v_{n+1} = 0,65 v_n + 0,05 u_n$.

2. À l'aide d'un tableur, on a calculé les premiers termes des suites (u_n) , (v_n) et (w_n) .

Pour répondre aux questions **a.** et **b.** suivantes, on utilisera la feuille de calcul reproduite ci-dessus.

a. Quelle formule, saisie dans la cellule C3, permet par recopie vers le bas, de calculer les termes de la suite (v_n) ?

b. On admet que les termes de (v_n) augmentent, puis diminuent à partir d'un certain rang N , appelé le « pic épidémique » : c'est l'indice de la semaine pendant laquelle la probabilité d'être malade pour un individu choisi au hasard est la plus grande.

Déterminer la valeur du pic épidémique prévue par ce modèle.

	A	B	C	D
1	n	u_n	v_n	w_n
2	0	1	0	0
3	1	0,850 0	0,050 0	0,100 0
4	2	0,722 5	0,075 0	0,202 5
5	3	0,614 1	0,084 9	0,301 0
6	4	0,522 0	0,085 9	0,392 1
7	5	0,443 7	0,081 9	0,474 4
8	6	0,377 1	0,075 4	0,547 4
...	...	...	...	...
20	18	0,053 6	0,013 3	0,933 0
21	19	0,045 6	0,011 3	0,943 1
22	20	0,038 8	0,009 6	0,951 6

3. **a.** Justifier que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,85 u_n$.

En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

b. Montrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que pour tout entier naturel n , $v_n = \frac{1}{4} (0,85^n - 0,65^n)$.

4. Calculer les limites de chacune des suites (u_n) , (v_n) et (w_n) .

Que peut-on en déduire quant à l'évolution de l'épidémie prévue à long terme par ce modèle ?

Nouvelle-Calédonie mars 2017

EXERCICE 2 3 points Commun à tous les candidats

Répondre à chacune des affirmations ci-dessous par Vrai ou Faux en justifiant la réponse. Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Les deux questions sont indépendantes l'une de l'autre.

1. La durée de vie T (exprimée en années) d'un appareil électronique suit la loi exponentielle de paramètre λ où $\lambda > 0$.

On sait qu'un tel appareil a une durée de vie moyenne de quatre ans.

La probabilité que cet appareil fonctionne deux années de plus sachant qu'il a déjà fonctionné trois ans est d'environ 0,39 à 0,01 près.

2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

L'équation $z^3 - 3z^2 + 3z = 0$ admet trois solutions dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, qui sont les affixes de trois points formant un triangle équilatéral.

EXERCICE 3 4 points Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Des étudiants d'une université se préparent à passer un examen pour lequel quatre thèmes (A, B, C et D) sont au programme.

Partie A

Sur les 34 sujets de l'examen déjà posés, 22 portaient sur le thème A.

Peut-on rejeter au seuil de 95% l'affirmation suivante : « il y a une chance sur deux que le thème A soit évalué le jour de l'examen » ?

Partie B

Le thème A reste pour beaucoup d'étudiants une partie du programme difficile à maîtriser. Un stage de préparation est alors proposé pour travailler ce thème.

Lors de l'examen, on a constaté que s'il y a un exercice portant sur le thème A :

- 30% des étudiants n'ayant pas suivi le stage ne traitent pas l'exercice ;

- $\frac{5}{6}$ des étudiants ayant suivi le stage l'ont traité.

On sait de plus que 20% des étudiants participent au stage.

Lors des résultats de l'examen, un étudiant s'exclame : « Je n'ai pas du tout traité le thème A ».

Quelle est la probabilité que cet étudiant ait suivi le stage ? On arrondira le résultat à 0,001 près.

Partie C

On suppose que la variable aléatoire T , associant la durée (exprimée en minutes) que consacre un étudiant de cette université pour la composition de cet examen, suit la loi normale d'espérance $\mu = 225$ et d'écart-type σ où $\sigma > 0$.

La probabilité qu'un étudiant finisse son examen en moins de 235 minutes est de 0,98.

Déterminer une valeur approchée de σ à 0,1 près.

On pourra, par exemple, introduire la variable aléatoire $Z = \frac{T - 225}{\sigma}$.

Polynésie juin 2017

La société Fibration fournit des abonnements Internet et des abonnements de téléphone mobile.

Un client de la société Fibration souscrit soit un abonnement Internet, soit un abonnement de téléphone mobile, il ne cumule pas les deux.

En cas de difficulté, la société Fibration propose à ses clients une ligne d'assistance téléphonique : le client doit d'abord signaler s'il est client Internet ou s'il est client mobile puis son appel est mis en attente de réponse par un opérateur.

Les parties A, B et C sont indépendantes. Si nécessaire, les résultats seront arrondis à 10^{-3} .

Partie A - Durée d'attente

1. Dans cette question, on s'intéresse à la durée d'attente d'un client Internet lorsqu'il contacte l'assistance téléphonique avant de joindre un opérateur. Une étude permet de modéliser cette durée d'attente en minutes par la variable aléatoire D_1 qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,6.

a. Quelle est la durée d'attente moyenne que peut espérer un client Internet qui appelle cette ligne d'assistance ?

b. Calculer la probabilité que la durée d'attente d'un client Internet choisi au hasard soit inférieure à 5 minutes.

2. Dans cette question, on s'intéresse à la durée d'attente d'un client mobile lorsqu'il contacte l'assistance téléphonique avant de joindre un opérateur. On modélise cette durée d'attente en minutes par la variable aléatoire D_2 qui suit une loi exponentielle de paramètre λ , λ étant un réel strictement positif.

a. Sachant que $P(D_2 \leq 4) = 0,798$, déterminer la valeur de λ .

b. En prenant $\lambda = 0,4$, peut-on considérer que moins de 10 % des clients mobile choisis au hasard attendent plus de 5 minutes avant de joindre un opérateur ?

Partie B - Obtention d'un opérateur

Si la durée d'attente avant l'obtention d'un opérateur dépasse 5 minutes, l'appel prend automatiquement fin. Sinon, l'appelant obtient un opérateur.

On choisit au hasard un client qui appelle la ligne d'assistance.

On admet que la probabilité que l'appel émane d'un client Internet est 0,7.

De plus, d'après la partie A, on prend les données suivantes :

Si l'appel provient d'un client Internet alors la probabilité d'obtenir un opérateur est égale à 0,95.

Si l'appel provient d'un client mobile alors la probabilité d'obtenir un opérateur est égale à 0,87.

1. Déterminer la probabilité que le client joigne un opérateur.

2. Un client se plaint que son appel a pris fin après 5 minutes d'attente sans avoir obtenu d'opérateur.

Est-il plus probable que ce soit un client Internet ou un client mobile ?

Partie C - Enquête de satisfaction

La société annonce un taux de satisfaction de 85 % pour ses clients ayant appelé et obtenu un opérateur.

Une association de consommateurs souhaite vérifier ce taux et interroge 1 303 personnes.

Parmi celles-ci, 1 150 se disent satisfaites.

Que pensez-vous du taux de satisfaction annoncé par la société ?

Pondichéry avril 2017

Les parties A, B et C peuvent être traitées de façon indépendante.

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, au millième.

La chocolaterie « Choc'o » fabrique des tablettes de chocolat noir, de 100 grammes, dont la teneur en cacao annoncée est de 85 %.

Partie A

À l'issue de la fabrication, la chocolaterie considère que certaines tablettes ne sont pas commercialisables : tablettes cassées, mal emballées, mal calibrées, etc.

La chocolaterie dispose de deux chaînes de fabrication :

- la chaîne A, lente, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est égale à 0,98.
- la chaîne B, rapide, pour laquelle la probabilité qu'une tablette de chocolat soit commercialisable est 0,95.

À la fin d'une journée de fabrication, on prélève au hasard une tablette et on note :

A l'évènement : « la tablette de chocolat provient de la chaîne de fabrication a » ;

C l'évènement : « la tablette de chocolat est commercialisable ».

On note x la probabilité qu'une tablette de chocolat provienne de la chaîne A.

1. Montrer que $P(C) = 0,03x + 0,95$.
2. À l'issue de la production, on constate que 96 % des tablettes sont commercialisables et on retient cette valeur pour modéliser la probabilité qu'une tablette soit commercialisable. Justifier que la probabilité que la tablette provienne de la chaîne B est deux fois égale à celle que la tablette provienne de la chaîne A.

Partie B

Une machine électronique mesure la teneur en cacao d'une tablette de chocolat. Sa durée de vie, en années, peut être modélisée par une variable aléatoire Z suivant une loi exponentielle de paramètre λ .

1. La durée de vie moyenne de ce type de machine est de 5 ans. Déterminer le paramètre λ de la loi exponentielle.
2. Calculer $P(Z > 2)$.
3. Sachant que la machine de l'atelier a déjà fonctionné pendant 3 ans, quelle est la probabilité que sa durée de vie dépasse 5 ans ?

Partie C

On note X la variable aléatoire donnant la teneur en cacao, exprimée en pourcentage, d'une tablette de 100 g de chocolat commercialisable. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 85$ et d'écart type $\sigma = 2$.

1. Calculer $P(83 \leq X \leq 87)$.

Quelle est la probabilité que la teneur en cacao soit différente de plus de 2 % du pourcentage annoncé sur l'emballage ?

2. Déterminer une valeur approchée au centième du réel a tel que : $P(85 - a \leq X \leq 85 + a) = 0,9$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

3. La chocolaterie vend un lot de 10 000 tablettes de chocolat à une enseigne de la grande distribution. Elle affirme au responsable achat de l'enseigne que, dans ce lot, 90 % des tablettes ont un pourcentage de cacao appartenant à l'intervalle $[81,7 ; 88,3]$.

Afin de vérifier si cette affirmation n'est pas mensongère, le responsable achat fait prélever 550 tablettes au hasard dans le lot et constate que, sur cet échantillon, 80 ne répondent pas au critère.

Au vu de l'échantillon prélevé, que peut-on conclure quant à l'affirmation de la chocolaterie ?