

Devoir à la maison n°5

Mathématiques 4^{ème}

Exercice 1 :

Carl Gauss, à l'âge de 9 ans, a été puni par son maître d'école. Ce dernier, pensant l'occuper un long moment, lui a demandé d'additionner tous les entiers compris entre 1 et 100. Mais, quelques minutes plus tard, Gauss lui a donné la bonne réponse !

Voici sa méthode :

x		
x	x	

Il a représenté les entiers par des croix qu'il a placées sous une forme triangulaire avec, en 1^{ère} ligne, une croix pour 1, en 2^{ème} ligne, deux croix pour 2, etc.

x	x	x
x	x	x

Il s'est aperçu que, pour calculer $1+2$, il lui suffisait de compléter son triangle en un rectangle ayant une croix de plus en longueur. $1+2$ était alors l'aire de ce rectangle divisé par 2.

x	x	x	x
x	x	x	x
x	x	x	x

Pour calculer $1+2+3$, il a fait le même raisonnement qui fonctionnait encore !

1. Vérifier le raisonnement de Gauss pour $1+2$ et $1+2+3$.
2. Ainsi, pour calculer $1+2+3+\dots+100$, quelles sont les dimensions du rectangle qui lui ont permis de trouver la réponse ? En déduire la réponse de Gauss au maître d'école.
3. On additionne tous les entiers consécutifs de 1 jusqu'à un entier quelconque noté n . Que vaut cette somme (en fonction de n) ?

Exercice 2 :

Placer 3 points non alignés A,B,O.

Construire à la règle et au compas :

1. L'image de [AB) par la translation qui transforme B en O
2. L'image de l'angle \widehat{ABO} par la translation qui transforme B en A.

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle quelconque et I un point extérieur.

Construire à la règle et au compas :

- E image de A par la symétrie de centre I ;
- F image de B par la symétrie d'axe (AC) ;
- G image de C par la translation qui transforme A en I.