

# À propos d'équation

Cette chronique aurait pu s'appeler **Coup de gueule !**  
Vous allez comprendre pourquoi.

## 1 Anecdote authentique

Une fille d'amis, élève en terminale ES, a eu besoin d'un petit coup de main en mathématiques ; il s'agissait de faire quelques révisions sur les dérivées et le sens de variations des fonctions.

Lors du premier exercice, nous sommes arrivés à une fonction dérivée  $f'$  définie par  $f'(x) = 2x - 3$ . Il ne restait plus qu'à en trouver le signe pour déterminer les variations de la fonction  $f$  ; c'est donc l'inéquation  $2x - 3 > 0$  que cette élève devait résoudre.

Elle préféra commencer par l'équation  $2x - 3 = 0$ . Voici sa rédaction et ses commentaires :

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= 0 \\ \text{On fait passer } -3 &\text{ de l'autre côté.} \\ 2x &= -3 \\ \text{On fait passer } 2 &\text{ de l'autre côté.} \\ x &= -3 + 2 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Fort heureusement, j'étais assis ! Mais comment peut-on faire ça en terminale ?  
Visiblement, cette élève n'a aucune notion de ce qu'est une équation, ni même une égalité !

## 2 Les quatre opérations et le « faire passer »

Le principe de résolution d'une équation à une inconnue, est d'effectuer les mêmes opérations au deux membres de façon à arriver à  $x = \dots$

On peut utiliser successivement l'une des quatre opérations : addition, soustraction, multiplication et division. L'opération « faire passer dans l'autre membre en changeant de signe » n'existe pas ! C'est une facilité de langage qui devient souvent une catastrophe chez certains élèves qui n'ont pas compris ce que cela voulait dire.

Pour moi, c'est **totalelement à éviter** devant des élèves !

Et ce ne sont pas les élèves qui ont inventé cette pirouette : il y a bien à un moment quelconque un professeur qui a employé cette expression devant eux ; d'où mon « Coup de gueule ! ».

## 3 Résolution

Voici ce que pourrait être une rédaction en début d'apprentissage :

$$\begin{aligned} \text{On résout l'équation :} \\ 2x - 3 &= 0 \\ \text{On ajoute } 3 \text{ aux deux membres.} \\ 2x - 3 + 3 &= 0 + 3 \\ 2x &= 3 \\ \text{On divise par } 2 \text{ les deux membres.} \\ \frac{2x}{2} &= \frac{3}{2} \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Évidemment, avec le temps, on pourra écrire moins de lignes, à condition que l'on comprenne ce que l'on fait !

## 4 Quelques remarques

- L'apparition de la lettre  $x$  peut être une réelle difficulté pour certains élèves ; l'écriture

$$2\square - 3 = 0$$

pas parfois mieux.

- En début d'apprentissage, c'est pas mal d'identifier clairement les opérations : autrement dit d'écrire  $2 \times x - 3 = 0$  à la place de  $2x - 3 = 0$ , ou  $2 \times \square - 3 = 0$  à la place de  $2\square - 3 = 0$ .
- Une petite vérification de tête peut éviter quelques erreurs ; on voit ainsi rapidement qu'un nombre négatif ne peut pas être solution de l'équation  $2x - 3 = 0$ ... à condition d'avoir compris le principe de l'équation.
- En remédiation, on dira aux élèves qu'une égalité c'est comme une balance qui doit rester en équilibre : si on fait quelque chose à l'un des membres, il faut faire la même chose à l'autre membre pour garder la balance en équilibre.

$$\begin{array}{c} 2x - 3 \\ \hline 0 \end{array}$$



## 5 Autre équation

Que faire si les deux membres contiennent des termes en  $x$  ?

On ne fera toujours pas « passer d'un membre dans l'autre » mais on va « regrouper les termes en  $x$  dans un même membre ».

Dans quel membre regrouper les termes en  $x$  ?

Au lieu de regrouper les termes en  $x$  systématiquement dans le membre de gauche (comme on fait souvent), je préconise de les regrouper dans le membre qui en a le plus ; pour cela on soustrait  $2x$  aux deux membres.

On résout l'équation :

$$2x - 1 = 5x + 11$$

On regroupe les termes contenant  $x$  dans le membre qui en a le plus ;

pour cela on soustrait  $2x$  aux deux membres.

$$2x - 1 - 2x = 5x + 11 - 2x$$

$$-1 = 3x + 11$$

On soustrait 11 aux deux membres.

$$-1 - 11 = 3x + 11 - 11$$

$$-12 = 3x$$

On divise par 3 les deux membres.

$$\begin{aligned} -\frac{12}{3} &= \frac{3x}{3} \\ -4 &= x \\ x &= -4 \end{aligned}$$

La dernière ligne sera écrite sous la forme  $x = \dots$

## 6 Inéquation

En suivant ces quelques règles, il n'y a plus de problème pour résoudre une inéquation.

On résout l'inéquation :

$$2x - 1 < 5x + 11$$

On regroupe les termes contenant  $x$  dans le membre qui en a le plus ; pour cela on soustrait  $2x$  aux deux membres.

$$2x - 1 - 2x < 5x + 11 - 2x$$

$$-1 < 3x + 11$$

On soustrait 11 aux deux membres.

$$-1 - 11 < 3x + 11 - 11$$

$$-12 < 3x$$

On divise par 3 les deux membres.

$$-\frac{12}{3} < \frac{3x}{3}$$

$$-4 < x$$

D'où on déduit que  $x > -4$

Il faut quand même que les élèves sachent que la multiplication d'une inégalité par un nombre négatif en change l'ordre.