

Proportionnalité

référence :

programme 6ème : proportionnalités

livre «Triangle, mathématiques 6ème», pages 84 et suivantes

1 SITUATIONS DE PROPORTIONNALITES

Q : Quand dit-on qu'une grandeur est proportionnelle à une autre ?

exemples :

si un mètre de ficelle a une masse de 30 grammes, quelle est la masse de 2 mètres de ficelle ? de 7 mètres ? de 0,5 mètres ?

quelle valeur suffit-il de connaître pour pouvoir répondre à ces questions ?

Un litre d'huile a une masse de 0,8 kg. Quelle est la masse de 3 litres d'huile ? de 11 litres ? de 0,4 litres ?

quelle valeur suffit-il de connaître pour pouvoir répondre à ces questions ?

En une minute, un fer à souder consomme 18 000 Joules. Combien consomme-t-il en 5 minutes ? en 20 minutes ? en un tiers de minute (20 secondes) ?

quelle valeur suffit-il de connaître pour pouvoir répondre à ces questions ?

Deux grandeurs A et B sont proportionnelles si et seulement si on peut calculer l'une à partir de l'autre en multipliant par une valeur constante, (toujours la même).
cette valeur constante est appelée constante de proportionnalité.

exemples :

masse d'une corde (grammes) = longueur (mètres) x 30 g/m (la constante de proportionnalité est égale à 30)

masse de l'huile (kg) = volume (litre) x 0,8 kg/L (la constante de proportionnalité est égale à 0,8)

consommation du fer à souder (Joules) = temps d'utilisation (minutes) x 18 000 J/min (la constante de proportionnalité est égale à 18000)

exercices :

calculer la masse d'une corde de 17 mètres

calculer la masse de 0,2 litre d'huile

calculer la consommation du fer à souder en 11 minutes

Propotionnalité

2 RECONNAITRE UNE SITUATION DE PROPORTIONNALITE

Pour reconnaître une situation de proportionnalité, il faut au moins deux situations différentes.
exemple :

le prix de 3 litres de lait est 4,2 € (première situation)

le prix de 5 litres de lait est 7 € (deuxième situation)

Le prix est-il proportionnel au volume ?

Pour répondre, on calcule le prix d'un litre, dans chaque cas

$$4,2 / 3 = 1,4$$

$$7 / 5 = 1,4$$

le prix d'un litre (la constante de proportionnalité) est 1,4€, toujours la même : le prix est proportionnel au volume.

On peut aussi regarder ce qu'on obtient avec un euro dans chaque cas :

1er cas : avec 4,2€ j'obtiens 3 litres, avec 1 € 4,2 fois moins soit : $3/4,2 = 0,71428571428571$

2ème cas : avec 7€ etc...

$$5/7 = 0,71428571428571$$

Exercices : voir feuille annexe

3 TABLEAU DE PROPORTIONALITÉ

On suppose qu'une grandeur est proportionnelle à une autre. Par exemple le poids d'un morceau de viande et son prix.

Il est possible de faire figurer dans un tableau les différentes valeurs du poids et du prix :

Poids	0,25	0,5	1	1,25	1,5	1,75
Prix	3	6	12	15	18	21

↘ x 12

Ce tableau est appelé «tableau de proportionnalité. Pour passer de la première ligne à la deuxième, on multiplie par 12 : 12 est le «coefficient de proportionnalité»
pour passer de la deuxième ligne à la première, on **divise** par le coefficient de proportionnalité.

4 CALCUL DE LA «QUATRIÈME PROPORTIONNELLE»

Situation : on sait qu'une grandeur est proportionnelle à une autre. On connaît parfaitement un cas, on cherche une valeur dans un cas différents.

exemple : une corde de 30 mètres a une masse de 12 kg, quelle est la masse d'une corde identique de 41 mètres ?

méthode ancienne dite «règle de trois»

on me demande le poids de 41 mètres : je calcule d'abord celui d'un mètre

«si 30 mètres pèsent 12 kg, alors 1 mètre pèse **30 fois moins**»

1 mètre pèse $12/30 = 0,4$ kg

«41 mètres pèsent 41 fois plus (que 1 mètre)»

$$41 \times 0,4 = 16,4 \text{ kg}$$

Propotionnalité

On peut poser la question dans l'autre sens : Combien de mètres faut-il pour avoir une masse de 27,5 kg ?

On me demande la longueur pour 27,5 kg, alors je cherche d'abord la longueur pour un kg
 «si 12 kg est le poids de 30 m, alors la longueur d'un kilogramme est 12 fois moins ($30 : 12$)
 la longueur de 27,5 kg est 27,5 fois plus» ($(30 : 12) \times 27,5$)

Exercices à résoudre avec cette méthode. Nous sommes, dans chaque exercice, en situation de proportionnalité.

J'ai emmené 7 brouettes de terre, cela représente 1470 litres. Combien de litres représentent 3 brouettes ?

J'ai emmené 7 brouettes de terre, cela représente 1470 litres. Combien de brouettes faut-il pour obtenir 840 litres ?

Hier, j'ai acheté 1,3 kg de viande, j'ai payé 14,95 €
 aujourd'hui, j'achète 1,5 kg de viande. Combien vais-je payer ?

dans un pistolet à air comprimé, une cartouche de 7 g de CO₂ permet de tirer 119 plombs
 combien de plombs puis-je tirer avec une cartouche de 11 grammes de CO₂ ?

je travaille en «extra» dans un restaurant. Pour 7 heures de travail, je touche 150,5 €. Combien toucherais-je si je ne veux travailler que 5 heures ?

la Terre est à 150 millions de km du soleil. La lumière du Soleil arrive en 8 minutes.
 Mars est à 228 millions de km. en combien de temps la lumière du Soleil arrive-t-elle sur Mars ?

5 POURCENTAGES

5a) Calculer un pourcentage donné d'une valeur connue

Sur une valeur de départ, par exemple le prix d'un portable, on fait 100 parts égales (donc on divise par cent) et on prend un certain nombre de parts (on multipliera donc)
 Calculer un pourcentage, c'est multiplier par un nombre puis diviser par 100.

Exemples : 25 % de 48 = $25 \times 48 / 100$, ou $(25/100) \times 48$
donner d'autres exemples

Exercices : faire calculer des pourcentages.

5b) Calculer le % d'une partie sur un tout

exemple : j'ai 288 élèves. 18 d'entre eux sont en classe de 6ème. Quel pourcentage de 288 correspond à 18 élèves ?

Méthode :

- bien identifier et dénombrer le "tout" (*dans mon exemple : tous mes élèves, soit 288*)
- bien identifier et dénombrer la "partie" dont j'évalue le pourcentage (*dans l'exemple, les élèves de 6ème, 18*)